

# 停課不停學 數學科持續學習

姓名：\_\_\_\_\_ ( )

受到新型冠狀病毒影響，全港學校需延遲復課。同學可善用這個網上資源，在家中也能持續學習。

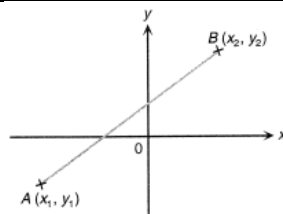
## 停課不停學 中四級數學工作紙 15.1 初中坐標幾何

### 要點重溫

#### 距離公式

在直角坐標平面上，任意兩點  $A(x_1, y_1)$  與  $B(x_2, y_2)$  之間的距離可用以下公式計算：

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



#### 直線的斜率

##### 1. 直線的斜率和傾角

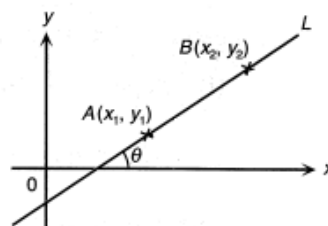
考慮一條通過  $A(x_1, y_1)$  和  $B(x_2, y_2)$  的直線  $L$ 。

(a)  $L$  的斜率  $m$  可用以下公式計算：

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(b)  $L$  的傾角  $\theta$  是  $L$  與正  $x$  軸所成的角，其中  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 。

$$\tan \theta = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



##### 2. 平行線和垂直線

設直線  $L_1$  和  $L_2$  的斜率分別為  $m_1$  和  $m_2$ 。

(a) 若  $L_1 \parallel L_2$ ，則  $m_1 = m_2$ 。

反過來說，若  $m_1 = m_2$ ，則  $L_1 \parallel L_2$ 。

(b) 若  $L_1 \perp L_2$ ，則  $m_1 \times m_2 = -1$ 。

反過來說，若  $m_1 \times m_2 = -1$ ，則  $L_1 \perp L_2$ 。

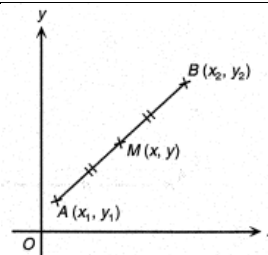
##### 3. 三點共線

考慮  $A$ 、 $B$  和  $C$  三點。若線段  $AB$  和  $BC$  有公共端點  $B$ ，且  $AB$  和  $BC$  的斜率相等，則  $A$ 、 $B$  和  $C$  三點共線。

#### 中點公式

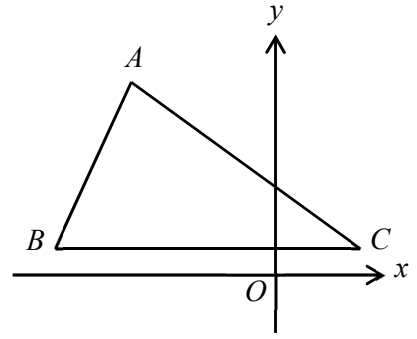
若  $M(x, y)$  是連接  $A(x_1, y_1)$  與  $B(x_2, y_2)$  的線段的中點，則

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ 及 } y = \frac{y_1 + y_2}{2}。$$



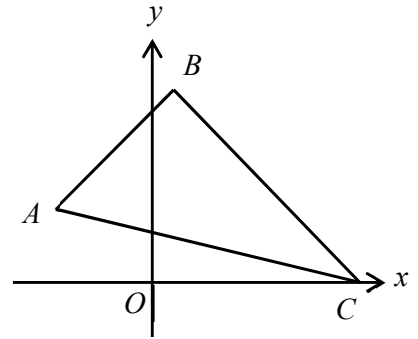
1. 圖中所示為一個三角形，其頂點分別為  $O$ 、 $A(a, 12)$  和  $B(5, 12)$ 。

- (a) 試以  $a$  表示  $OA$  和  $AB$  的長度。
- (b) 若  $\triangle AOB$  的周界是 42 單位，求  $a$  的值。



2. 圖中的  $A(-4, 4)$ 、 $B(1, 9)$  和  $C(10, 0)$  是一個三角形的頂點。

- (a) 證明  $\angle ABC = 90^\circ$ 。
- (b) 由此，求  $\triangle ABC$  的面積。



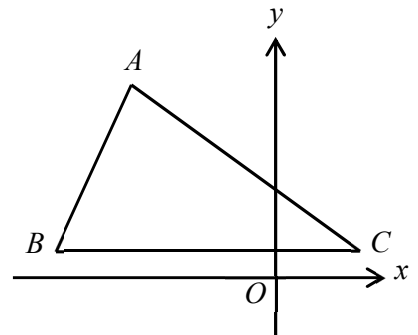
3.  $A(0, 6)$ 、 $B(-2, m)$ 、 $C(4, 2)$  和  $D(6, 7)$  是一個平行四邊形的頂點。

- (a) 求  $m$  的值。
- (b) 美娜聲稱該平行四邊形內沒有一點位於象限 IV。你是否同意？試解釋你的答案。

4. 已知直角坐標平面上的  $A(5, -2)$ 、 $B(-1, k)$  和  $C(-4, 1)$  三點共線。
- (a) 求  $k$  的值。
- (b) 求  $AB$  的中點。

5. 圖中所示為一個三角形，其頂點為  $A(-6, h)$ 、 $B(-8, 1)$  和  $C(k, 1)$ 。
- 已知  $AC = BC$  及  $AB$  的斜率是 3。

- (a) 求  $h$  和  $k$  的值。
- (b) (i) 求  $\triangle ABC$  的面積。
- (ii)  $D$  是  $AB$  上的一點，使  $CD \perp AB$ 。
- 證明  $CD$  的長度是  $3\sqrt{10}$  單位。



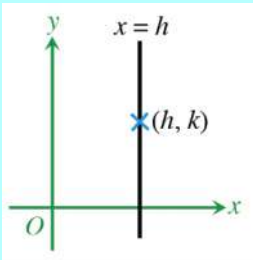
## 停課不停學 中四級數學工作紙 15.2 鉛垂線或水平線的方程

完成以下練習前，齊齊掃碼來傾數 <https://qr.go.page.link/hTfM5>



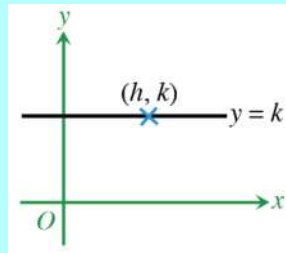
鉛垂線

穿過點  $(h, k)$  的鉛垂線的方程是  $x = h$ 。



水平線

穿過點  $(h, k)$  的水平線的方程是  $y = k$ 。



1. 求穿過  $(-2, -5)$  且平行於  $x$  軸的直線的方程。

→練習 15.1: 4 – 5

2. 求穿過  $(8, -3)$  和  $x$  軸截距是 8 的直線的方程。

→練習 15.1: 28

3. 考慮直線  $L_1: y = 9$ 、 $L_2: x = -6$  和  $L_3: x + 3 = 0$ 。

- (a) 哪對直線互相平行？  
(b) 哪對直線互相垂直？

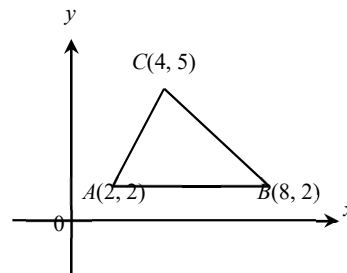
4. 求與直線  $x = 2$  相距 3 單位的直線的方程。

5. 求與直線  $L$  的夾角為  $45^\circ$  且穿過  $(2, 3)$  的直線的方程。  $L$  的斜率是  $-1$ ，它亦穿過  $(2, 3)$ 。

6. 圖中， $A$ 、 $B$  和  $C$  的坐標分別是  $(2, 2)$ 、 $(8, 2)$  和  $(4, 5)$ 。

(a) 求  $AB$  的垂直平分線的方程。

(b) 由此，求  $\triangle ABC$  的外心的  $x$  坐標。



# 停課不停學 中四級數學工作紙 15.3 點斜式

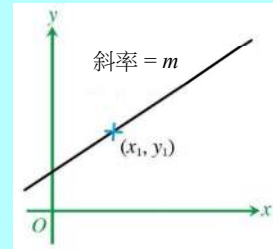
連接任何兩點  $A(x_1, y_1)$  和  $B(x_2, y_2)$  的直線的斜率  $m$  是：

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \text{ 其中 } x_1 \neq x_2$$

點斜式

穿過  $(x_1, y_1)$  和斜率是  $m$  的直線的方程是：

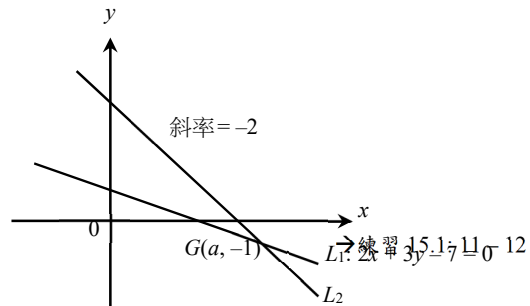
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



1. 求穿過  $A(-2, 4)$  和  $B(3, -7)$  的直線的方程。

2. 圖中， $L_1: 2x + 3y - 7 = 0$  是一條直線。 $L_2$  是另一條直線，其斜率是  $-2$ 。 $L_1$  和  $L_2$  相交於  $G(a, -1)$ 。

- (a) 求  $a$  的值。  
(b) 求  $L_2$  的方程。



3. 直線  $L$  的傾角是  $30^\circ$  且穿過  $(0, -3)$ 。

- (a) 求  $L$  的方程。  
(答案以根式表示。)

→練習 15.1: 26

- (b) 判斷  $L$  是否穿過  $(\sqrt{12}, -1)$ 。

4.  $E$  和  $F$  的坐標分別是  $(-4, -3)$  和  $(2, -1)$ 。求  $EF$  的垂直平分線的方程。

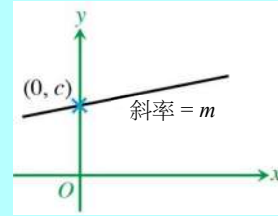
5.  $Q(-2, 2)$  是  $PR$  上的一點使  $PQ : QR = 3 : 2$ 。  $P$  的坐標是  $(-8, -1)$ 。
- (a) 求  $R$  的坐標。
  - (b) 求穿過  $R$  和  $S(5, -5)$  的直線  $L$  的方程。

# 停課不停學 中四級數學工作紙 15.4 斜截式

斜截式

斜率是  $m$  和  $y$  軸截距是  $c$  的直線的方程是：

$$y = mx + c$$



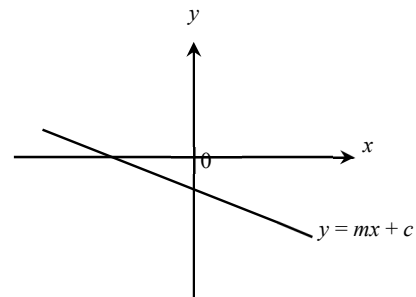
1. 直線  $L$  的  $x$  軸截距是  $\frac{1}{2}$ ，其  $y$  軸截距是  $-2$ 。

(a) 求  $L$  的方程。

→練習 15.1: 15 – 16

(b) 判斷  $L$  是否穿過  $A(3, 10)$ 。

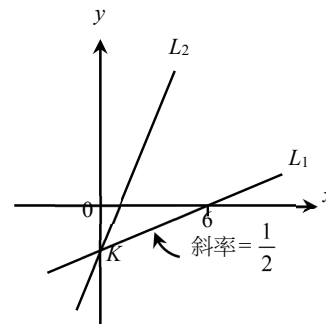
2. 圖中顯示  $y = mx + c$  的圖像。判斷  $mc$  是一個正數還是一個負數。



3. 圖中， $L_1$  的斜率和  $x$  軸截距分別是  $\frac{1}{2}$  和  $6$ 。 $L_2$  的斜率是  $L_1$  的三倍。兩條直線與  $y$  軸相交於  $K$ 。

(a) 求  $L_1$  的  $y$  軸截距。

(b) 求  $L_2$  的方程。



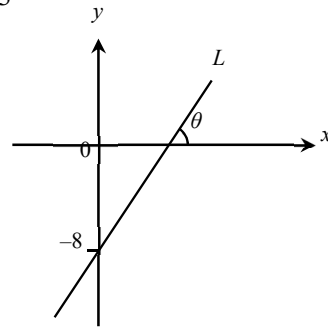


4.  $L_1: x - y + 3 = 0$  是一條直線。 $L_2$  是另一條直線，其中  $L_1$  和  $L_2$  有相同的  $y$  軸截距且  $L_1 \perp L_2$ 。求  $L_2$  的方程。

5. 圖中，直線  $L$  的傾角和  $y$  軸截距分別是  $\theta$  和  $-8$ 。已知  $\sin \theta = \frac{8}{\sqrt{73}}$ 。

(a) 求  $L$  的斜率。

(b)  $L_1$  是另一條平行於  $L$  的直線。 $L_1$  的  $y$  軸截距是  $L$  的  $y$  軸截距的一半。求  $L_1$  的方程。



6. 設  $ax + by + c = 0$  是直線  $L$  的方程。

(a) 把  $L$  的方程以斜截式表示。由此，以  $a$ 、 $b$  和  $c$  表示  $L$  的斜率和  $y$  軸截距。

(b) 若  $2a = 5b = c$ ，求  $L$  的斜率和  $y$  軸截距。

## 停課不停學 中四級數學工作紙 15.5 直線的截距和斜率

完成以下練習前，齊齊掃碼來傾數 <https://qrgo.page.link/QD1S2>



直線方程的一般式

$$Ax + By + C = 0,$$

其中  $A$ 、 $B$  和  $C$  都是常數，且  $A$  和  $B$  不同時是零。

考慮直線  $L$  的方程  $Ax + By + C = 0$ ，其中  $A \neq 0$  和  $B \neq 0$ 。

$$x \text{ 軸截距} = -\frac{C}{A}$$

$$y \text{ 軸截距} = -\frac{C}{B}$$

$$\text{斜率} = -\frac{A}{B}$$

注意：(i) 若  $A = 0$ ， $L$  是一條水平線。

(ii) 若  $B = 0$ ， $L$  是一條鉛垂線。

1. 下列各題中，求直線的斜率、 $x$  軸截距和  $y$  軸截距。

(a)  $-\frac{x}{9} + 7 = -y$

(b)  $\frac{1}{2}y = 4x - \frac{1}{3}$

→練習 15.2: 5 – 10

2. 下列各題中，判斷直線  $L_1$  和  $L_2$  是互相平行、互相垂直還是兩者皆不是。

(a)  $L_1: 2x - 3y + 1 = 0$ ;  $L_2: 6y - 4x - 3 = 0$

(b)  $L_1: 3x = 10 - 2y$ ;  $L_2: 6x - 9y = 5$

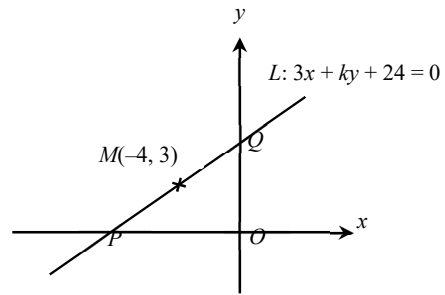
(c)  $L_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1$ ;  $L_2: 4y - \frac{1}{6} = -2x$

→練習 15.2: 11 – 12

3. 圖中，直線  $L: 3x + ky + 24 = 0$  分別與  $x$  軸和  $y$  軸相交於  $P$  和  $Q$ 。  $L$  穿過  $M(-4, 3)$ 。

(a) 求  $P$  和  $Q$  的坐標。

(b) 海昇宣稱  $\triangle POQ$  的面積大於 20 平方單位。  
你同意嗎？試解釋你的答案。

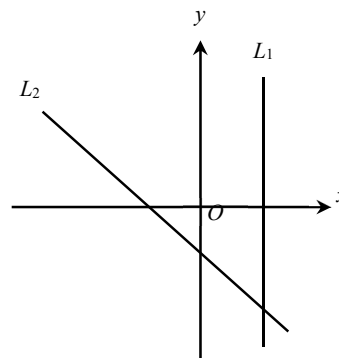


HKDSE 備考區

4. 圖中，直線  $L_1$  及直線  $L_2$  的方程分別為  $ax = 1$  及  $bx + cy = 1$ 。

下列何者正確？

- I.  $a > 0$
  - II.  $a > b$
  - III.  $c < 0$
- A. 只有 I 及 II  
 B. 只有 I 及 III  
 C. 只有 II 及 III  
 D. I、II 及 III



5. 某直線的斜率、 $x$  軸截距和  $y$  軸截距分別是  $m$ 、 $h$  和  $k$ 。證明  $k = -mh$ 。

## 停課不停學 中四級數學工作紙 15.6 直線的平行或垂直

在本工作紙中，答案中直線的方程須以一般式表示。

1.  $L_1: (k+3)x + 2y + 7 = 0$  和  $L_2: (k-2)x - 3y - 3 = 0$  是兩條互相垂直的直線。求  $k$  的值。

2. 考慮直角坐標平面上  $P(-4, -1)$ 、 $Q(1, 1)$  和  $R(11, 5)$  三點。

(a) 透過求  $PQ$  和  $QR$  的斜率，從而判斷  $P$ 、 $Q$  和  $R$  是否共線。

(b)  $S(13, -2)$  是同一個坐標平面上的一點。求  $\triangle PRS$  內由  $S$  至  $PR$  的頂垂線的方程。

→練習 15.2: 30

3.  $A(-3, 1)$ 、 $B(1, 5)$  和  $C(5, -3)$  是  $\triangle ABC$  的三個頂點。

(a) 求由  $B$  至  $AC$  的中線和由  $C$  至  $AB$  的中線的方程。

(b) 判斷  $T(1, 1)$  是否  $\triangle ABC$  的形心。

→練習 15.2: 27

4. 考慮以下兩條直線：

$$L_1: 4x + ky + 4 = 0$$

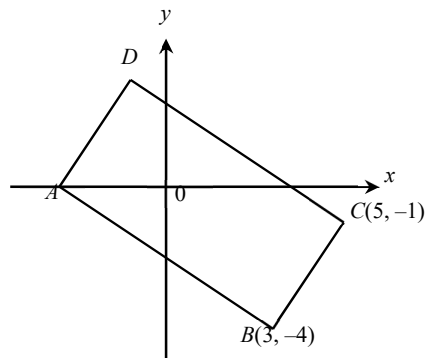
$$L_2: y = \frac{k}{4}x + 5 \quad (k \neq 0)$$

$L_3$  是另一條直線。它平行於  $L_1$  且與  $L_2$  有相同的  $y$  軸截距。

- (a) 證明  $L_2 \perp L_3$ 。  
(b) 以  $k$  表示  $L_3$  的方程。

5. 圖中， $ABCD$  是一個長方形。  $A$  是  $x$  軸上的一點。  $B$  和  $C$  的坐標分別是  $(3, -4)$  和  $(5, -1)$ 。

- (a) 求  $A$  的坐標。  
(b) 求  $AD$  的方程。



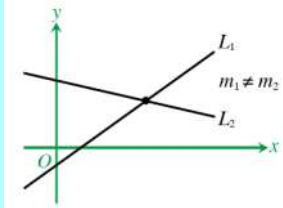
# 停課不停學 中四級數學工作紙 15.7 兩條直線的交點數目

完成以下練習前，齊齊掃碼來傾數 <https://qr.go.page.link/mz21k>



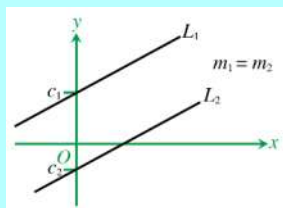
**A.** 兩條直線  $L_1$  和  $L_2$  的交點數目：

(i) 若  $m_1 \neq m_2$ ，則



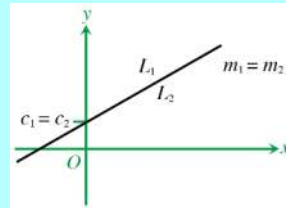
$L_1$  和  $L_2$  只有一個交點。

(ii) 若  $m_1 = m_2$  和  $c_1 \neq c_2$ ，則



$L_1$  和  $L_2$  沒有交點。  
( $L_1 \parallel L_2$ )

(iii) 若  $m_1 = m_2$  和  $c_1 = c_2$ ，則



$L_1$  和  $L_2$  有無限個交點。  
( $L_1$  和  $L_2$  重疊。)

**B.** 求  $L_1$  和  $L_2$  的交點數目：

**步驟 1：** 檢查  $m_1 = m_2$  是否正確。

**步驟 2：** 檢查  $c_1 = c_2$  是否正確。

1. 下列各題中，求  $L_1$  和  $L_2$  的交點數目。

(a)  $L_1: x - y + 8 = 0, L_2: 3y = 9 - 2x$

(b)  $L_1: 5y = 3x, L_2: 6x = 1 + 10y$

→練習 15.3: 1-6、13

(c)  $L_1: y = 4x - 3, L_2: 8 = x - 8y$

(d)  $L_1: y = -\frac{2}{3}x - 8, L_2: \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = -4$

2. 兩條直線  $L_1: 5 = kx - 5y$  和  $L_2: (2k + 1)y = 2x + 15$  不相交，其中  $k$  是一個常數。求  $k$  的值。

3. 兩條直線  $L_1: 3x = 2(1 - my)$  和  $L_2: 6x - 8y + (n - 1) = 0$  有無限個交點，其中  $m$  和  $n$  都是常數。  
求  $m$  和  $n$  的值。 →練習 15.3: 19

4. 考慮以下三條直線：

$$L_1: x + 2y = 6$$

$$L_2: y - 14 = \frac{4}{3}x$$

$$L_3: 4x = 3y + 16$$

下列何者正確？

- A.  $L_1$  和  $L_2$  不相交。  
B.  $L_1$  和  $L_3$  相交於一點。  
C.  $L_2$  和  $L_3$  有無限個交點。  
D.  $L_1$ 、 $L_2$  和  $L_3$  相交於一點。
5. 已知  $s$  是一個常數。三條直線  $L_1: y = -2$ 、 $L_2: sy + s = 6x$  和  $L_3: (s + 1)x - 4s = 5y$  不能形成一個三角形。求  $s$  的值。

## 停課不停學 中四級數學工作紙 15.8 兩條直線的交點的坐標

在本工作紙中，答案中直線的方程須以一般式表示。

- (i) 透過求聯立方程  $\begin{cases} \text{直線 } L_1 \text{ 的方程} \\ \text{直線 } L_2 \text{ 的方程} \end{cases}$  的解，得出  $L_1$  和  $L_2$  的交點的坐標。
- (ii) 運用代入法或消元法解該聯立方程。

1. 兩條直線  $L_1$  和  $L_2$  的方程分別是  $2x - y + 6 = 0$  和  $4x + 3y - 8 = 0$ 。  $L_1$  和  $L_2$  相交於  $E$  點。
- (a) 求  $E$  的坐標。
- (b) 求穿過  $E$ ，而  $x$  軸截距是 4 的直線  $L_3$  的方程。

→練習 15.3: 16

2.  $L_1: 3x - 5y - 9 = 0$ 、 $L_2: x + 2y - 2 = 0$  和  $L_3: x - 3y - 7 = 0$  是三條直線。  $L_1$  和  $L_3$  相交於  $K$ 。
- (a) 求  $K$  的坐標。
- (b) 直線  $L_4$  穿過  $K$  且垂直於  $L_2$ 。求  $L_4$  的方程。

→練習 15.3: 21



3. 直線  $L_1: 4x + 3y + 6 = 0$  和直線  $L_2: x - ky + 7 = 0$  相交於  $R$  點，其中  $k$  是一個常數。

(a) 試以  $k$  表示  $R$  的坐標。

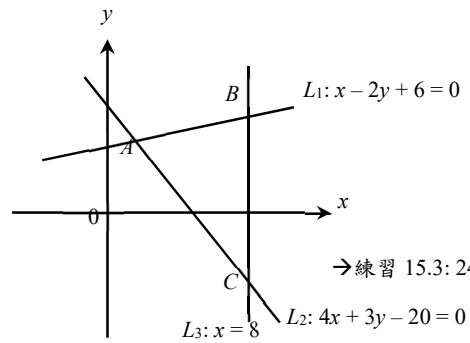
(b) 若  $R$  是直線  $L_3: kx - y + 8 = 0$  上的一點，求  $k$  的值。

→練習 15.3: 22

4. 圖中， $L_1$  和  $L_2$  相交於  $A$ 。  $L_3$  分別與  $L_1$  和  $L_2$  相交於  $B$  和  $C$ 。  $L_1$ 、 $L_2$  和  $L_3$  的方程分別是  $x - 2y + 6 = 0$ 、 $4x + 3y - 20 = 0$  和  $x = 8$ 。

(a) 求  $A$ 、 $B$  和  $C$  的坐標。

(b) 求  $\triangle ABC$  的面積。

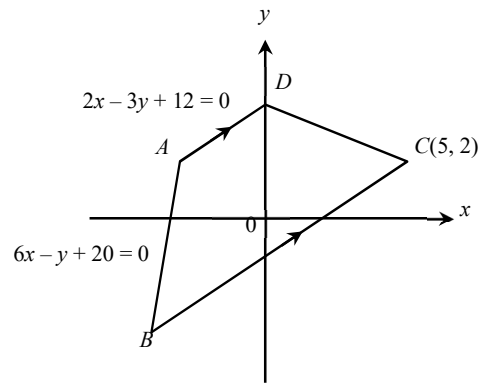


→練習 15.3: 24

5. 圖中， $ABCD$  是一個梯形，其中  $AD \parallel BC$ 。  $AB$  和  $AD$  的方程分別是  $6x - y + 20 = 0$  和  $2x - 3y + 12 = 0$ 。  $C$  的坐標是  $(5, 2)$ 。

(a) 求  $B$  的坐標。

(b) 求對角線  $BD$  的方程。



答案及詳解



<https://qr.go.page.link/Rjn82>