

直線方程的一般式

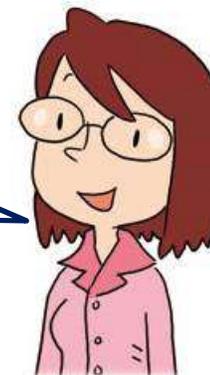
齊
來
傾
數

● 直線方程的一般式



直線方程的一般式

以下是直線的方程的一般式。



直線的方程可用以下的形式表示：

$$Ax + By + C = 0$$

其中 A 、 B 和 C 都是常數，且 A 和 B 不同時是零。這個表達形式稱為直線方程的**一般式**。

直線方程的一般式

例 1

把下列直線的方程化為一般式。

(a) $3y = 7x - 2$

(b) $y = \frac{1}{4}x - 5$

(c) $y + 2 = 6(x + 1)$

(a)

$$\begin{aligned} 3y &= 7x - 2 \\ 7x - 3y - 2 &= 0 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{4}x - 5 \\ 4y &= x - 20 \\ x - 4y - 20 &= 0 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} y + 2 &= 6(x + 1) \\ y + 2 &= 6x + 6 \\ 6x - y + 4 &= 0 \end{aligned}$$

直線方程的一般式



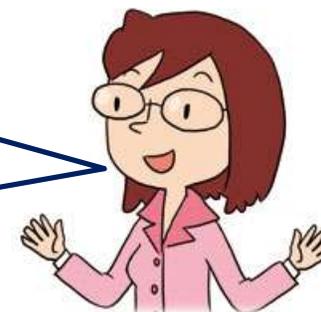
考慮以一般式 $Ax + By + C = 0$ 寫成的直線 L 的方程。

參看以下三個情況：

情況	L 的方程	備註
(1) $A = 0, B \neq 0$	$By + C = 0$ ，即 $y = -\frac{C}{B}$	L 是一條水平線，其斜率是 0。
(2) $B = 0, A \neq 0$	$Ax + C = 0$ ，即 $x = -\frac{C}{A}$	L 是一條鉛垂線，其斜率是未下定義的。
(3) $C = 0, B \neq 0, A \neq 0$	$Ax + By = 0$	L 穿過原點。

直線方程的一般式

我們可以很容易地從直線方程的一般式找出直線的截距和斜率。



考慮寫成一般式的直線方程：

$$Ax + By + C = 0 \dots (1) \quad , \text{ 其中 } A \neq 0 \text{ 和 } B \neq 0 \text{。}$$

要找出 x 軸截距，我們可以把 $y = 0$ 代入 (1)。

$$\begin{aligned} Ax + B(0) + C &= 0 \\ x &= -\frac{C}{A} \end{aligned}$$

$$\text{直線的 } x \text{ 軸截距} = -\frac{C}{A}$$

直線方程的一般式

考慮寫成一般式的直線方程：

$$Ax + By + C = 0 \dots\dots (1) \quad , \text{ 其中 } A \neq 0 \text{ 和 } B \neq 0 \text{。}$$

要找出 y 軸截距，我們可以把 $x = 0$ 代入 (1)。

$$A(0) + By + C = 0$$
$$y = -\frac{C}{B}$$

$$\text{直線的 } y \text{ 軸截距} = -\frac{C}{B}$$

直線方程的一般式

考慮寫成一般式的直線方程：

$$Ax + By + C = 0 \dots (1) \quad , \text{ 其中 } A \neq 0 \text{ 和 } B \neq 0 \text{。}$$

由於該直線與 x 軸相交於 $\left(-\frac{C}{A}, 0\right)$ ，並與 y 軸相交於 $\left(0, -\frac{C}{B}\right)$ ，

$$\text{所以該直線的斜率} = \frac{-\frac{C}{B} - 0}{0 - \left(-\frac{C}{A}\right)} = -\frac{A}{B} \text{。}$$

$$\text{直線的斜率} = -\frac{A}{B}$$

直線方程的一般式

例 2

- (a) 求直線 $L : 3x - 5y + 2 = 0$ 的斜率、 x 軸截距和 y 軸截距。
(b) $P(1, -1)$ 是否位於 L 上？
(c) L 穿過 $Q(h, 1)$ ，求 h 的值。

(a) 由於 $A = 3$ 、 $B = -5$ 和 $C = 2$ ，所以

$$L \text{ 的斜率} = -\frac{3}{-5} = \underline{\frac{3}{5}}$$

$$x \text{ 軸截距} = \underline{-\frac{2}{3}}$$

$$y \text{ 軸截距} = -\frac{2}{-5} = \underline{\frac{2}{5}}$$

直線方程的一般式

例 2

- (a) 求直線 $L : 3x - 5y + 2 = 0$ 的斜率、 x 軸截距和 y 軸截距。
- (b) $P(1, -1)$ 是否位於 L 上？
- (c) L 穿過 $Q(h, 1)$ ，求 h 的值。

(b) 把 $x = 1$ 和 $y = -1$ 代入 $3x - 5y + 2 = 0$ 。

$$\text{左方} = 3(1) - 5(-1) + 2 = 10$$

$$\text{右方} = 0$$

\therefore 左方 \neq 右方

即 $(1, -1)$ 不滿足方程 $3x - 5y + 2 = 0$ 。

\therefore $P(1, -1)$ 不位於 L 上。

直線方程的一般式

例 2

- (a) 求直線 $L : 3x - 5y + 2 = 0$ 的斜率、 x 軸截距和 y 軸截距。
- (b) $P(1, -1)$ 是否位於 L 上？
- (c) L 穿過 $Q(h, 1)$ ，求 h 的值。

(c) 把 $x = h$ 和 $y = 1$ 代入 $3x - 5y + 2 = 0$ 。

$$3h - 5(1) + 2 = 0$$

$$3h - 3 = 0$$

$$h = \underline{1}$$